

**Debreceni Egyetem  
Természettudományi és Technológiai Kar  
Matematikai Intézet**

## **OKLEVÉLKÖVETELMÉNYEK**

**ALKALMAZOTT MATEMATIKUS  
MESTERKÉPZÉSI SZAK  
(2024 kezdéssel)**

# Alkalmazott matematikus mesterszak

A mesterképzési szak megnevezése: *alkalmazott matematikus (Applied Mathematics)*

Szakfelelős: *Dr. Pintér Ákos egyetemi tanár*

Szerezhető végzettségi szint és szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:

Végzettségi szint: *mesterfokozat (MSc)*

Szakképzettség: *okleveles alkalmazott matematikus (Applied Mathematician)*

## **Specializációk és specializációfelelősök:**

*Pénzügy-matematika (Financial Mathematics), Dr. Pintér Ákos egyetemi tanár*

*Számítástudomány (Computer Science), Dr. Bérczes Attila egyetemi tanár*

## **Képesítési követelmények**

- Összesen 120 kredit megszerzése az alábbiak szerint:
  - Alapozó ismeretek/Egyéb szakmai választható tárgyak 20 kredit
  - Szakmai törzsanyag 25 kredit
  - Specializáció kötelező tárgyak 40 kredit
  - Specializáció választható tárgyak 9 kredit
  - Diplomamunka 20 kredit
  - Szabandon választható tárgyak 6 kredit
- Idegennyelvi követelmények teljesítése a 24. oldal 10. pontja szerint
- Testnevelési követelmények teljesítése (egy félév kötelező)

**Felvételi:** Alkalmazott matematikus MSc szakra feltétel nélkül jelentkezhetnek a matematika BSc diplomával rendelkezők. Feltételesen fogadhatók el elsősorban a természettudományi, műszaki, informatikai, valamint gazdaságtudományi képzési területek alapképzési szakjai. Ebben az esetben a belépéshez szükséges minimálisan 65 kredit a korábbi tanulmányokból az algebra, analízis, geometria, halmazelmélet, kombinatorika, matematikai logika, operációkutatás, számelmélet, valószínűségszámítás, statisztika területeiről. Ezen belül legfeljebb 10 kredittel beszámíthatók kiterjedt matematikai apparátusra épülő más tárgyak is. A felvétel feltétele, hogy a hallgató a korábbi tanulmányai alapján legalább 50 kredittel rendelkezzen, a hiányzó krediteket az egyetem szabályzatában meghatározottak szerint kell megszerezni.

A felvételi vizsga szóbeli, felvételi bizottság előtt történik. Célja a jelentkezők szakmai tájékozottságának, motivációjának, valamint eddigi szakmai tevékenységének felmérése.

**Specializációválasztás:** Az alkalmazott matematikus MSc szakra felvételt nyert hallgatók specializációt a felvételi értesítést követően, az első félév kezdetét megelőzően választanak. A választható specializációk: pénzügy-matematika és számítástudomány. Az egyes specializációk indításáról a Matematikai Intézet a jelentkezők számától függően dönt.

**Alapozó ismeretek:** A matematika BSc végzettséggel rendelkezők automatikusan felmentésben részesülnek ezen tárgyak alól. A más szakról érkezők esetében kreditismerés alapján a Matematikai Intézet határozza meg, hogy a hallgatónak mely alapozó tárgyakat kell teljesítenie. A felmentések kreditjeinek terhére a speciális modulokba tartozó tárgyak teljesítendőek.

**Szabadon választható tárgyak:** Az alkalmazott matematikus MSc szakon 6 kredit szabadon választható tárgy teljesítendő.

Szabadon választható tárgyak a matematikus MSc tárgyai, valamint a DE egyéb szakjain meghirdetett nem matematikai tárgyak (például szaknyelvi félév). Ide számolhatóak el továbbá a szakmai törzsanyag, a specializáció választható és egyéb szakmai választható tárgyak túlteljesített tárgyai. Ebben az esetben fontos, hogy minden tantárgy teljes kreditmennyiséggel és csak egyetlen tárgycsoportba sorolható be.

**Diplomamunka:** A hallgatóknak diplomamunka témát tanulmányaik 2. félévében kell választaniuk. Elkészítésére két félév áll rendelkezésre. A dolgozat terjedelme kb. 25–40 gépelt oldal, megírására a LaTeX dokumentumszerkesztő rendszer használata támogatott. A dolgozat fedőlapja tartalmazza az intézmény nevét, a dolgozat címét, készítőjének nevét a szak feltüntetésével, a témavezető nevét és beosztását. A dolgozatban kifejtett téma részletes tárgyalása mellett elvárt részként tartalmaznia kell bevezetést, tartalom- és irodalomjegyzéket. A diplomamunkát bizottság előtt meg kell védeni.

**Záróvizsga:** A záróvizsga szóbeli vizsga, melyet a Matematikai Intézet igazgatója által kijelölt, a Természettudományi és Technológiai Kar vezetése által jóváhagyott záróvizsga bizottság előtt kell letenni. A záróvizsga mindkét specializáció esetén ugyanazon formában kerül lebonyolításra. A záróvizsga tételei a szakmai törzsanyagot és a hallgató specializációjának megfelelő kötelező tárgyak anyagát ölelik fel. A tételsor ennek megfelelően két részből áll: a törzsanyag tételekből és a specializáció tételekből. A vizsgázó a teljes tételsorból egy tételt húz, felkészülési időt követően ebből felel. Ezután a másik csoportba tartozó egyik tételből ad a bizottság egy kisebb fejezetet, melyet külön felkészülési idő biztosítása után kér számon. A bizottság a záróvizsga feleletet egy jeggyel értékeli.

**Testnevelés:** A Debreceni Egyetem mesterképzésben résztvevő hallgatóinak egy féléven keresztül heti két óra testnevelési foglalkozáson való részvétel kötelező. A testnevelési követelmények teljesítése a végbizonyítvány (abszolutórium) kiállításának feltétele. A testnevelés kurzus 1 kredit/félév kreditértékű.

**Munkavédelem:** A végbizonyítvány (abszolutórium) kiállításának előfeltétele a **Munkavédelem kurzus teljesítése**. A kurzus 1 kredit/félév kreditértékű.

**Diploma minősítése:** Az oklevél minősítése az alábbi részjegyek átlagának figyelembevételével történik:

- a tanulmányok egészére számított súlyozott tanulmányi átlag,
- a diplomamunkára és a védésre a védési bizottság által adott jegyek átlaga,
- a szakmai felelet eredménye a záróvizsgán.

Az ajánlott tantervi hálóban az egyes tantárgyakhoz javasolt félévek csak tájékoztató jellegűek, az előfeltételekre való odafigyeléssel bizonyos tárgyak teljesíthetők a megjelölthöz képest egy tanévvel később vagy korábban is.

A hálótervben egyes előadások esetén az előfeltétel oszlopában (p) megjelöléssel szerepel a tantárgy vele párhuzamosan hallgatandó, gyakorlati jeggyel záruló gyakorlata. Ebben az esetben vizsgálni csak a gyakorlat sikeres teljesítése esetén lehet. Továbbá lehetőség van a gyakorlat előadás nélküli felvételére, azonban a gyakorlat oktatója elvárhatja annak hallgatóitól az előadás anyagának ismeretét.

## Alkalmazott matematikus mesterszak, pénzügy-matematika specializáció

### Alapozó ismeretek

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonekérés	Előfeltételek	Jav. félév
			Elm.	Gyak.			
TTMME0101	Bev. a modern algebrába	3	2		K	TTMMG0101(p)	1
TTMMG0101	Bev. a modern algebrába	2		2	Gy		1
TTMME0202	Operációkutatás	3	2		K	TTMMG0202(p)	1
TTMMG0202	Operációkutatás	2		2	Gy		1
TTMME0301	Fejzetek a geometriából	3	2		K	TTMMG0301(p)	1
TTMMG0301	Fejzetek a geometriából	2		2	Gy		1
TTMME0401	Valószínűségelmélet	3	2		K	TTMMG0401(p)	1
TTMMG0401	Valószínűségelmélet	2		2	Gy		1

**Szakmai törzsanyag** (A felsorolt tantárgyakból legalább 25 kreditet kell teljesíteni úgy, hogy legalább három sávból teljesítendő legalább 5-5 kredit. A negyedik sávból teljesíthető kevesebb kredit. Az előírt mennyiségű krediteken felül teljesített tárgyak az egyéb szakmai választható tárgyakhoz számolhatók el.)  
A csillaggal megjelölt sáv tárgyainak teljesítése ezen a specializáción kötelező.

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonekérés	Előfeltételek	Jav. félév
			Elm.	Gyak.			
<i>Diszkrét matematika és algoritmuselmélet sáv</i>							
TTMME0105	Véges testek és alkalm.	3	2		K	TTMMG0105(p)	2
TTMMG0105	Véges testek és alkalm.	2		2	Gy		2
TTMME0104	Gráfelmélet és alkalm.	3	2		K	TTMMG0104(p)	1
TTMMG0104	Gráfelmélet és alkalm.	2		2	Gy		1
TTMME0106	Matematikai algoritmusok	3	2		K	TTMMG0106(p)	2
TTMMG0106	Matematikai algoritmusok	2		2	Gy		2
<i>Operációkutatás sáv</i>							
TTMME0205	Konvex optimalizálás	3	2		K	TTMMG0205(p)	1
TTMMG0205	Konvex optimalizálás	2		2	Gy		1
TTMME0107	Diszkrét optimalizálás	3	2		K	TTMMG0107(p)	2
TTMMG0107	Diszkrét optimalizálás	2		2	Gy		2
<i>Alkalmazott analízis sáv</i>							
TTMME0224	Fourier-sorok	3	2		K	TTMMG0224(p)	3
TTMMG0224	Fourier-sorok	2		2	Gy		3
TTMME0207	Köz. diff.egyenletek alk.	3	2		K	TTMMG0207(p)	3
TTMMG0207	Köz. diff.egyenletek alk.	2		2	Gy		3
TTMME0204	Parciális diff.egyenletek	3	2		K	TTMMG0204(p)	2
TTMMG0204	Parciális diff.egyenletek	2		2	Gy		2
<i>Sztocasztikus folyamatok sáv*</i>							
TTMME0402	Sztocaszt. folyamatok	3	2		K	TTMMG0402(p)	2
TTMMG0402	Sztocaszt. folyamatok	2		2	Gy		2

## Specializáció kötelező tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. félév
			Elm.	Gyak.			
TTMME0403	Többváltozós statisztika	3	2		K	TTMMG0403(p)	1
TTMMG0403	Többváltozós statisztika	2		2	Gy		1
TTMME0404	Opcióértékelés	3	2		K	TTMMG0404(p)	1
TTMMG0404	Opcióértékelés	2		2	Gy		1
TTMME0405	Pénzügyi matematika I.	3	2		K	TTMMG0405(p)	2
TTMMG0405	Pénzügyi matematika I.	2		2	Gy		2
TTMME0406	Pénzügyi matematika II.	3	2		K	TTMME0405	3
TTMME0407	Biztosítási matematika	3	2		K		2
TTMME0408	Idősorok elemzése	4	2	1	K	TTMME0402	4
TTMME0901	Pénzügyi alapok	5	2	2	K		1
TTMME0902	Mikroökonómia	5	2	2	K		2
TTMME0903	Makroökonómia	5	2	2	K	TTMME0902	3

**Specializáció választható tárgyak** (A felsorolt tantárgyakból legalább 9 kreditet kell teljesíteni. Az előírt mennyiségű krediteken felül teljesített tárgyak az egyéb szakmai választható tárgyakhoz számolhatók el.)

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. félév
			Elm.	Gyak.			
TTMME0208	Játékelmélet	3	2		K	TTMMG0208(p)	2/4
TTMMG0208	Játékelmélet	2		2	Gy		2/4
TTMME0904	Ökonometria	4	2	1	K	TTMME0403	3
TTMME0905	Számvitel	5	2	2	K		2/4

**Egyéb szakmai választható tárgyak** (az alapozó ismeretek alóli felmentések kreditjeinek terhére)

Ide elsámolhatóak

- a szakmai törzsanyagánál illetve a specializáció választható tárgyainál előírt krediteken felül teljesített tárgyak,
- bármely, a Matematikus mesterképzésben vagy az Alkalmazott matematikus mesterképzés számítástudomány specializációján aktuálisan meghirdetésre kerülő olyan tárgy, amely ezen a specializáción nem szerepel.

Akik korábbi tanulmányaik során nem tanultak számítógépes statisztikát, azok számára ezen a specializáción kötelező és ide számolható el: TTMMG0409 Statisztika számítógéppel (2 kredit, 0+2 óra, Gy, javasolt félév: 2.).

## Diplomamunka, szabadon választható tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. félév
			Elm.	Gyak.			
TTMMG0701	Diplomamunka 1.	10			Gy		3
TTMMG0702	Diplomamunka 2.	10			Gy	TTMMG0701	4
	Szabadon választható	6					

A szabadon választható kreditek terhére elsámolható a TTMMG0799 Szakmai gyakorlat (3 kredit) tárgy. A szakmai gyakorlatot a hallgató szervezi meg, és a Matematikai Intézet által engedélyeztetni kell.

**Az angol nyelvű képzésnél az angol nyelvű kurzusokat kell választani.**

## Alkalmazott matematikus mesterszak, számítástudomány specializáció

### Alapozó ismeretek

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTMME0101	Bev. a modern algebrába	3	2		K	TTMMG0101(p)	1
TTMMG0101	Bev. a modern algebrába	2		2	Gy		1
TTMME0202	Operációkutatás	3	2		K	TTMMG0202(p)	1
TTMMG0202	Operációkutatás	2		2	Gy		1
TTMME0301	Fejezetek a geometriából	3	2		K	TTMMG0301(p)	1
TTMMG0301	Fejezetek a geometriából	2		2	Gy		1
TTMME0401	Valószínűségelmélet	3	2		K	TTMMG0401(p)	1
TTMMG0401	Valószínűségelmélet	2		2	Gy		1

**Szakmai törzsanyag** (A felsorolt tantárgyakból legalább 25 kreditet kell teljesíteni úgy, hogy legalább három sávból teljesítendő legalább 5–5 kredit. A negyedik sávból teljesíthető kevesebb kredit. Az előírt mennyiségű krediteken felül teljesített tárgyak az egyéb szakmai választható tárgyakhoz számolhatók el.)

A csillaggal megjelölt sáv tárgyainak teljesítése ezen a specializáción kötelező.

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
<i>Diszkrét matematika és algoritmuselmélet sáv*</i>							
TTMME0105	Véges testek és alkalm.	3	2		K	TTMMG0105(p)	2
TTMMG0105	Véges testek és alkalm.	2		2	Gy		2
TTMME0104	Gráfelmélet és alkalm.	3	2		K	TTMMG0104(p)	1
TTMMG0104	Gráfelmélet és alkalm.	2		2	Gy		1
TTMME0106	Matematikai algoritmusok	3	2		K	TTMMG0106(p)	2
TTMMG0106	Matematikai algoritmusok	2		2	Gy		2
<i>Operációkutatás sáv</i>							
TTMME0205	Konvex optimalizálás	3	2		K	TTMMG0205(p)	1
TTMMG0205	Konvex optimalizálás	2		2	Gy		1
TTMME0107	Diszkrét optimalizálás	3	2		K	TTMMG0107(p)	2
TTMMG0107	Diszkrét optimalizálás	2		2	Gy		2
<i>Alkalmazott analízis sáv</i>							
TTMME0224	Fourier-sorok	3	2		K	TTMMG0224(p)	3
TTMMG0224	Fourier-sorok	2		2	Gy		3
TTMME0207	Köz. diff.egyenletek alk.	3	2		K	TTMMG0207(p)	3
TTMMG0207	Köz. diff.egyenletek alk.	2		2	Gy		3
TTMME0204	Parciális diff.egyenletek	3	2		K	TTMMG0204(p)	2
TTMMG0204	Parciális diff.egyenletek	2		2	Gy		2
<i>Sztocasztikus folyamatok sáv</i>							
TTMME0402	Sztocaszt. folyamatok	3	2		K	TTMMG0402(p)	2
TTMMG0402	Sztocaszt. folyamatok	2		2	Gy		2

### Specializáció kötelező tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. fél-év
			Elm.	Gyak.			
TTMME0410	Adatbányászat	3	2		K	TTMMG0410(p)	2
TTMMG0410	Adatbányászat	2		2	Gy		2
TTMME0109	WWW és hálózatok mat.	4	2	1	K	TTMME0104	3
TTMME0601	Formális nyelvek és aut.	3	2		K	TTMMG0601(p)	1
TTMMG0601	Formális nyelvek és aut.	2		2	Gy		1

TTMME0602	Algoritmusalgebra	3	2		K	TTMMG0602(p)	1
TTMMG0602	Algoritmusalgebra	2		2	Gy		1
TTMME0603	Algor. és adatstr. tervezése	3	2		K	TTMMG0603(p)	2
TTMMG0603	Algor. és adatstr. tervezése	3		3	Gy		2
TTMME0110	Kriptográfia és adatbizton.	3	2		K	TTMME0105 TTMMG0110(p)	4
TTMMG0110	Kriptográfia és adatbizton.	3		3	Gy	TTMME0105	4
TTMME0303	Véges geom. és kódelmélet	3	2		K	TTMMG0303(p)	2
TTMMG0303	Véges geom. és kódelmélet	2		2	Gy		2
TTMME0411	Információelmélet	4	2	1	K		2

**Specializáció választható tárgyak** (A felsorolt tantárgyakból legalább 9 kreditet kell teljesíteni. Az előírt mennyiségű krediteken felül teljesített tárgyak az egyéb szakmai választható tárgyakhoz számolhatók el.)

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. félév
			Elm.	Gyak.			
TTMME0111	Algebrai kódelmélet	3	2		K	TTMME0105 TTMMG0111(p)	3
TTMMG0111	Algebrai kódelmélet	2		2	Gy	TTMME0105	3
TTMME0112	Diszk. módsz. képfeld.	4	2	1	K		2/4
TTMME0604	Mesterséges intelligencia	3	2		K	TTMMG0604(p)	2/4
TTMMG0604	Mesterséges intelligencia	2		2	Gy		2/4

**Egyéb szakmai választható tárgyak** (az alapozó ismeretek alóli felmentések kreditjeinek terhére)  
Ide elszámolhatók

- a szakmai törzsanyagánál illetve a specializáció választható tárgyainál előírt krediteken felül teljesített tárgyak,
- bármely, a Matematikus mesterképzésben vagy az Alkalmazott matematikus mesterképzés pénzügy-matematika specializációján aktuálisan meghirdetésre kerülő olyan tárgy, amely ezen a specializáción nem szerepel.

### Diplomamunka, szabadon választható tárgyak

Kód	Tantárgynév	Kredit	Heti óraszám		Számonkérés	Előfeltételek	Jav. félév
			Elm.	Gyak.			
TTMMG0701	Diplomamunka 1.	10			Gy		3
TTMMG0702	Diplomamunka 2.	10			Gy	TTMMG0701	4
	Szabadon választható	6					

A szabadon választható kreditek terhére elszámolható a TMMG0799 Szakmai gyakorlat (3 kredit) tárgy. A szakmai gyakorlatot a hallgató szervezi meg, és a Matematikai Intézet által engedélyeztetni kell.

# Tantárgyi tematikák

## Alapozó ismeretek

### **TTMME0101, TTMMG0101**

#### **Bevezetés a modern algebra**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Bérczes Attila**

**Előfeltétele: nincs**

Sylow tételei. Szemidirekt szorzat. A  $p$ -csoportok maximális részcsoporthai  $p$  indexű normálosztók. Karakterisztikus részcsoporthok, kommutátor. Feloldható csoportok és alaptulajdonságaik. Az alternáló csoportok egyszerűségéről szóló tétel. Szabad csoportok és definiáló relációk. Dyck-tétel. Számelmélet gyűrűkben: maximumfeltétel és az alaptételes gyűrűk jellemzése. Hányadostest. Artin- és Noether-gyűrűk, Hilbert bázistétele. Algebraik, a minimálpolinom tárgyalása algebraik felett. Frobenius-tétel. A felbontási test egyértelműsége, algebrai lezárt létezése. Normális bővítések, tökéletes test felett minden véges bővítés egyszerű. A Galois-elmélet főtétele. Az algebra alaptétele. Geometriai szerkeszthetőség. Egyenlet gyökjelekkel való megoldhatósága, a Casus Irreducibilis elkerülhetetlensége harmadfokú egyenletre.

#### Irodalom:

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, 2005, Polygon.

Kiss Emil: Bevezetés az algebra, Elméleti matematika sorozat. Budapest, 2007, Typotex.

### **TTMME0202, TTMMG0202**

#### **Operációkutatás**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Mészáros Fruzsina**

**Előfeltétele: nincs**

Lineáris programozási feladatra vezető problémák. Konvex poliéderek extrémális pontjai, szimplex algoritmus és geometriája, érzékenységvizsgálat. Dualitás. Szállítási és hozzárendelési modell, hálózati modellek. Speciális lineáris programozási modellek.

#### Irodalom:

Ronert Vanderbei: Linear Programming, Foundations and Extensions, Kluwer Academic Publishers, 1998.

Dimitris Bertsimas, John Tsitsiklis: Introduction to Linear Optimization, Athena Scientific Series in Optimization and Neural Computation, 1997.

Bajalinov Erik, Imreh Balázs: Operációkutatás, Polygon, 2005.

### **TTMME0301, TTMMG0301**

#### **Fejezetek a geometriából**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Kozma László**

**Előfeltétele: nincs**

Differenciálható görbék. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek az euklideszi térben, különböző megadási módjaik. A felület metrikus alapformája. Normálgörbület, főgörbületek, főirányok, szorzat- és összeggörbület. Az ívhossz variációs problémája. Geodetikusok. Geodetikus görbület. A geodetikusok minimalizáló tulajdonsága. Affin és projektív síkok axiómái. Affin síkok (például az euklideszi sík) projektív bővítése. A dualitás elve. A projektív síkok vektortér-modellje, homogén koordináták. Perspektivitások (centrális vetítések) és projektivitások. Pont- és sugárnégyes kettősviszonya, a Papposz-Steiner tétel. Desargues és Papposz tételei. Teljes négyszög, teljes négyoldal, harmonikus pont- és sugárnégyesek. Kollineációk, a projektív geometria alaptétele. A párhuzamossági axióma jelentősége, a hiperbolikus geometria felfedezése. A hiperbolikus síkgeometria Cayley-Klein-modellje, a Poincaré-féle körmodell és félsíkmodell. Az egybevágósági transzformációk leírása a modellekben. Gömbi geometria: távolságmérés a gömbön, gömbháromszögekkel kapcsolatos tételek. Elliptikus metrika.

#### Irodalom:

Kozma László, Kovács Zoltán: Görbék és felületek elemi differenciálgeometriája, (jegyzet).

Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

H. S. M. Coxeter: Projektív geometria, Gondolat, 1986.

Csikós Balázs, Kiss György: Projektív geometria, Polygon, 2011.

Kurusa Árpád: Nemeuklideszi geometriák, Polygon, 2009.

Reiman István: Geometria és határterületei, Szalay Kft, 2001.

**TTMME0401, TTMMG0401**

**Valószínűségelmélet**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Fazekas István**

**Előfeltétele: nincs**

Valószínűség, valószínűségi változók, eloszlások. A valószínűségszámítás aszimptotikus tételei.

Irodalom:

Fazekas István: Valószínűségszámítás. Debreceni Egyetemi Kiadó, Debrecen, 2009.

Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Szegedi Egyetemi Kiadó, Polygon, 2010.

Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.

A. N. Shiryaev: Probability, Springer-Verlag, Berlin, 1984.

**Szakmai törzsanyag**

***Diszkrét matematika és algoritmuselmélet sáv***

**TTMME0105, TTMMG0105**

**Véges testek és alkalmazásai**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Bérczes Attila**

**Előfeltétele: nincs**

Véges testek struktúrája és automorfizmusai. Véges test feletti polinomok: körosztási és irreducibilis polinomok. Wedderburn tétele. Polinomok rendje, primitív polinomok. Polinomok felbontása véges testek felett. Berlekamp-algoritmus, Zassenhaus javítása. Véletlen algoritmusok polinom gyökeinek meghatározására véges testekben. A véges testek alkalmazásai a hibajavító kódok elméletében, a kombinatorikában és a kriptográfiában.

Irodalom:

R. Lidl, H. Niederreiter: Introduction to Finite Fields and Their Applications, Cambridge University Press, 1994.

Bálintné Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, Polygon, 2005.

Kiss Emil: Bevezetés az algebra, Elméleti matematika sorozat. Budapest, Typotex, 2007.

**TTMME0104, TTMMG0104**

**Gráfelmélet és alkalmazásai**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Nyul Gábor**

**Előfeltétele: nincs**

Gráfok többszörös összefüggősége: Menger tételei, éldiszjunkt feszítőfák. Gráfok színezései: kromatikus szám, mohó csússzínezés, Brooks-tétel, Mycielski-konstrukció, perfekt gráfok, kromatikus polinom, kromatikus index, Vizing-tétel. Függetlenség és lefogás: Gallai tételei, König-tétel, Hall-tétel, teljes párosítások páros és tetszőleges gráfokban, javító utak módszere. Extremális gráfelmélet: Mantel-tétel, Turán-tétel. Barátság-tétel, erősen reguláris gráfok. Síkbarajzolható gráfok, metszési szám. Irányított utak és körök irányított gráfokban, turnamentek.

Irodalom:

Hajnal Péter: Gráfelmélet, Polygon, 2003.

Katona Gyula Y., Recski András, Szabó Csaba: A számítástudomány alapjai, Typotex, 2006.

J. A. Bondy, U. S. R. Murty: Graph Theory, Springer, 2008.

Hajnal Péter: Elemi kombinatorikai feladatok, Polygon, 2005.

Friedl Katalin, Recski András, Simonyi Gábor: Gráfelméleti feladatok, Typotex, 2006.

**TTMME0106, TTMMG0106**

**Matematikai algoritmusok**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Bérczes Attila**

**Előfeltétele: nincs**

Gráfok ábrázolási módjai, szélességi és mélységi keresés, minimális feszítőfák keresése: Kruskal-, Prim- és Boruvka-algoritmus. A Bellman-Ford-algoritmus. A Dijkstra-algoritmus. A legrövidebb utak szerkezete: a

Floyd-Warshall-algoritmus. Irányított gráfok tranzitív lezártja, Johnson ritka gráfokon hatékony algoritmus. Polinomok megadása: a diszkrét Fourier-transzformált és a gyors Fourier-transzformáció algoritmus. Számelméleti algoritmusok: Euklideszi algoritmus, műveletek maradékosztályokkal, kínai maradéktétel. Gyorsítványozás. Prímtesztelés és prímfaktorizáció. Valószínűségi prímteszt, Agrawal–Kayal–Saxena-prímteszt. Pollard-féle rho-faktorizáció.

Irodalom:

Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein: Új algoritmusok, Scolar Kiadó, Budapest, 2003.

Gács P., Lovász L.: Algoritmusok, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1978.

Rónyai L., Ivanyos G., Szabó R.: Algoritmusok, Typotex, Budapest, 1998.

Herbert S. Wilf: Algorithms and Complexity, electronic edition, 1994.

### *Operációkutatás sáv*

#### **TTMME0205, TTMMG0205**

##### **Konvex optimalizálás**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Kiss Tibor**

**Előfeltétele: nincs**

Burok operációk és reprezentációik. A Stone–Kakutani elválasztási tétel. Algebrai belső és algebrai lezárt. Komplementáris konvex halmazok algebrai lezártjainak metszete; konvex halmazok elválasztása lineáris függvénnyel. A Dubovickij–Miljutyin-tétel és következményei. A Bernstein–Doetch-tétel lineáris függvényekre; az elválasztási tételek topologikus alakja. Konvex és szublineáris függvények; a maximum-tétel és következményei. Konvex függvények szubgradiense, iránymenti deriváltja. Kalkulus szabályok. A Bernstein–Doetch tétel konvex függvényekre. Távolságfüggvény, érintőkúp, normálkúp. Konvex feltételes szélsőérték feladatok minimuma; primál és duál feltételek. A konvex Fermat-elv. Büntetőfüggvény. A Karush–Kuhn–Tucker tétel és következménye. Slater-feltétel és Slater-tétel.

Irodalom:

T. R. Rockafellar: Convex Analysis, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1970.

J. M. Borwein and A. S. Lewis: Convex Analysis and Nonlinear Optimization, CMS Books in Mathematics, Springer, New York, 2006.

#### **TTMME0107, TTMMG0107**

##### **Diszkrét optimalizálás**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Nyul Gábor**

**Előfeltétele: nincs**

Diszkrét optimalizálási problémák elméleti háttere. Teljesen unimoduláris mátrixok, egészértékű lineáris programozás, Hoffman-Kruskal-tétel. Hozzárendelési probléma, kvadratikus hozzárendelési probléma, halmazlefedési probléma, kínai postás probléma, utazó ügynök probléma, Steiner-fa probléma, ládapakolási probléma. Maximális folyam–minimális vágás probléma, Ford-Fulkerson-tétel, Edmonds-Karp-tétel. Mohó algoritmus leszálló halmazrendszerre, matroidok.

Irodalom:

Imreh Balázs, Imreh Csanád: Kombinatorikus optimalizálás, Novadat, 2005.

Bernhard Korte, Jens Vygen: Combinatorial Optimization, Springer-Verlag, 2006.

Dieter Jungnickel: Graphs, Networks and Algorithms, Springer-Verlag, 2008.

Vijay V. Vazirani: Approximation Algorithms, Springer-Verlag, 2001.

### *Alkalmazott analízis sáv*

#### **TTMME0224, TTMMG0224**

##### **Fourier-sorok**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Gát György**

**Előfeltétele: nincs**

Marcinkiewicz interpoláció tételei, klasszikus és komplex trigonometrikus rendszer, Weierstrass tételei, trigonometrikus polinomok sűrűsége, a Riemann-Lebesgue lemma, Dirichlet-féle magfüggvények, Fejér-féle magfüggvények, Fejér közepek normakonvergenciája, a Calderon-Zygmund dekompozíció, Hilbert-operátor,

Fejér-Lebesgue-tétel, a Dini- és a Lipschitz-féle konvergencia kritérium, Fourier részletösszeg operátorok normakonvergenciája, Walsh-rendszerre vonatkozó Fourier-sorok.

Irodalom:

Pál L. Gy.: Ortonális függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1978.

Szőkefalvi-Nagy B.: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1975.

N. K. Bary: A Treatise on Trigonometric Series, Elsevier, 2014.

A. Zygmund, Trigonometric Series Vol I., Cambridge University Press, 2002.

**TTMME0207, TTMMG0207**

**Közönséges differenciálegyenletek alkalmazásai**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Novák-Gselmann Eszter**

**Előfeltétele: nincs**

Autonóm differenciálegyenlet-rendszerek és fázisterek. Differenciálegyenletek stabilitása, Lyapunov tételei, a Lyapunov-féle direkt módszer. Peremérték-problémák és sajátérték-feladatok. Green-függvény. Egzisztencia és unicitási tételek. Maximum- és minimumelv. Nemlineáris peremérték-problémák. Sturm-Liouville sajátérték-feladatok. Forgásszimmetrikus elliptikus problémák. Diffeomorfizmusok és szimmetriák. Az egyparaméteres szimmetriacsoport alkalmazása egyenlet integrálására. Variációs számítás, az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek, az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek invarianciája, az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek kanonikus alakja, az Euler-Lagrange-differenciálegyenletek első integráljai. A Noether-tétel. A legkisebb hatás elve.

Irodalom:

V. I. Arnold, Közönséges differenciálegyenletek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.

V. I. Arnold, A mechanika matematikai módszerei, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.

V. I. Arnold, A differenciálegyenletek elméletének geometriai fejezetei, Műszaki Könyvkiadó, 1988

B. Dacorogna, Introduction to the Calculus of Variations, 2nd ed., London: Imperial College Press, 2008.

Ph. Frank, R. Mises, A mechanika és fizika differenciál- és integrálegyenletei I-II., Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.

A. D. Ioffe, V. M. Tihomirov, Theory of Extremal Problems, Studies in Mathematics and its Applications, 6, North-Holland Publishing Co., Amsterdam-New York, 1979.

W. Walter, Gewöhnliche Differentialgleichungen - Eine Einführung, 7. Auflage, Springer, 2000.

**TTMME0204, TTMMG0204**

**Parciális differenciálegyenletek**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Fazekas Borbála**

**Előfeltétele: nincs**

Fizikai példák. Elsőrendű egyenletek: homogén lineáris egyenletek, kvázilineáris egyenletek, illetve általános egyenletekre vonatkozó Cauchy-feladatok. Magasabb rendű egyenletek, a Cauchy-Kovalevszkaja-tétel. Egy-, kettő-, illetve háromdimenziós hullámegyenlet. Inhomogén hullámegyenlet. Poisson-egyenlet, Green-függvények, harmonikus függvények, maximum-elv. A Laplace- és a Poisson-egyenletre vonatkozó kezdetiérték-feladat. A hővezetési egyenlet. Szoboljev-terek, gyenge megoldások.

Irodalom:

V. I. Arnold: Lectures on Partial Differential Equations, Springer, Berlin, 2004.

Besenyeyi Ádám, Komornik Vilmos, Simon László: Parciális differenciálegyenletek, TypoTeX Budapest, 2013.

Czách László, Simon László: Parciális differenciálegyenletek, 1. félév, ELTE jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1993.

Simon László: Parciális differenciálegyenletek, 2. félév, ELTE jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1980.

Simon László, E. A. Baderko: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek, Tankönyvkiadó, Budapest, 1983.

Székelyhidi László: Elsőrendű parciális differenciálegyenletek, KLTE egyetemi jegyzet, Debrecen, 1980.

V. Sz. Vlagyimirov: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

V. Sz. Vlagyimirov: Parciális differenciálegyenletek feladatgyűjtemény, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1980.

***Sztocasztikus folyamatok sáv***

**TTMME0402, TTMMG0402**

**Sztocasztikus folyamatok**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**  
**Tárgyfelelős: Dr. Szokol Patricia**  
**Előfeltétele: nincs**

Feltételes várható érték általános fogalma, diszkrét és folytonos idejű Markov-láncok, diszkrét idejű martingálok, Wiener-folyamat, Wiener-folyamat szerinti sztochasztikus integrál (Itô-integrál), Itô-formula, sztochasztikus differenciálegyenletek, diffúziós folyamatok.

Irodalom:

Rényi Alfréd: Valószínűségszámítás, Tankönyvkiadó, Budapest, 1984.  
Csörgő Sándor: Fejezetek a valószínűségelméletből, Szegedi Egyetemi Kiadó, Polygon, 2010.  
I. Karatzas, S. E. Shreve: Brownian Motion and Stochastic Calculus, Springer-Verlag, 1991.  
N. Shiryaev: Probability, 2nd edition, Springer-Verlag, 1995.  
S. M. Ross: Introduction to Probability Models, 10th edition, Academic Press, 2009.

## **Pénzügyi matematika specializáció kötelező tárgyak**

**TTMME0403, TTMMG0403**

**Többváltozós statisztika**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Baran Sándor**

**Előfeltétele: nincs**

Többdimenziós minta és jellemzői; főkomponens analízis; faktoranalízis; kanonikus korreláció analízis; osztályozási módszerek; klaszteranalízis; többdimenziós skálázás. Gépi tanulási eljárások a többváltozós statisztikában.

Irodalom:

Fazekas I. (szerk.): Bevezetés a matematikai statisztikába, Kossuth Egyetemi Kiadó, 2003.  
A. J. Izenman: Modern Multivariate Statistical Techniques. Regression, Classification and Manifold Learning, Springer, 2008.  
N. H. Timm: Applied Multivariate Analysis, Springer, 2002.  
B. Everitt, T. Hothorn: An Introduction to Applied Multivariate Analysis with R, Springer, 2011.  
K. V. Mardia, J. T. Kent, J. M. Bibby: Multivariate Analysis, Academic Press, 1982.

**TTMME0404, TTMMG0404**

**Opcióértékelés**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Gáll József**

**Előfeltétele: nincs**

A hallgatók megismerik az alapvető derivatívákat és azok szerepét, a derivatív piacok működésének alapjait, a derivatívák árazásának alapelveit, az arbitrázsmentesség elvét és alkalmazását, továbbá néhány klasszikus modellt és azok illesztésével, alkalmazásával kapcsolatos problémákat és megoldási módszereket.

Irodalom:

Hull, J. C.: Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek, Panem-Prentice Hall, 1999.  
Gáll J. és Pap Gy.: Bevezetés a pénzügyi matematikába, Polygon, Szeged, 2010.  
Barczy M. és Gáll J.: Pénzügyi matematika példatár II, Polygon, Szeged, 2010.

**TTMME0405, TTMMG0405**

**Pénzügyi matematika I.**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Gáll József**

**Előfeltétele: nincs**

Diszkrét idejű részvénytőzsi, opcióárazási modellek, kockázati mértékek, koherens mértékek, Value at Risk, Expected Shortfall, operációs kockázat és összetett eloszláson alapuló modelljei. Markowitz-féle mean-variance portfólióanalízis, CAPM.

Irodalom:

Gáll József, Pap Gyula: Bevezetés a pénzügyi matematikába, Polygon Kiadó, 2010.  
Barczy Mátyás: Pénzügyi matematika példatár I., Polygon Kiadó, 2010.  
Barczy Mátyás, Gáll József: Pénzügyi matematika példatár II., Polygon Kiadó, 2010.  
Harry H. Panjer: Operational Risk: Modeling Analytics, Wiley, 2006.

Musiela, M. and Rutkowski, M.: Martingale Methods in Financial Modeling, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005.

#### **TTMME0406**

##### **Pénzügyi matematika II.**

**2+0 óra, 3+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Gáll József**

**Előfeltétele: TTMME0405**

Hasznosságelmélet, várható hasznosság, axiómák, szakirodalmi kritikák. Kockázatkerülés és mérése, optimális portfóliók. Folytonos idejű részvény- és kamatlábmodellek, arbitrázmentesség vizsgálata, részvény-, kötvény- és kamatlábderivatívák árazása.

##### Irodalom:

Gáll József, Pap Gyula: Bevezetés a pénzügyi matematikába, Polygon Kiadó, 2010.

Barczy Máttyás: Pénzügyi matematika példatár I., Polygon Kiadó, 2010.

Musiela, M. and Rutkowski, M.: Martingale Methods in Financial Modeling, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2005.

Barczy Máttyás, Gáll József: Pénzügyi matematika példatár II., Polygon Kiadó, 2010.

Björk, T.: Arbitrage Theory in Continuous Time, Oxford University Press, Oxford/New York, 1998.

Brigo, D. and Mercurio, F.: Interest Rate Models - Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit, Springer, Berlin, Heidelberg New York, 2006.

#### **TTMME0407**

##### **Biztosítási matematika**

**2+0 óra, 3+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Aradi Bernadett**

**Előfeltétele: nincs**

Biztosítás fogalma, biztosítások csoportosítása, klasszikus nem-életbiztosítási modellek, összkármeghatározási módszerek, kapcsolódó illesztési, statisztikai kérdések. Díjkalkuláció. Élet- és viszontbiztosítási alapok, járadékszámítás, díjkalkuláció életbiztosítások esetén.

##### Irodalom:

Arató Miklós: Nem-életbiztosítási matematika, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2001.

Straub, Erwin: Non-life Insurance Mathematics, Springer-Verlag, 1980.

Szabó László Imre és Viharos László: Az életbiztosítás alapjai, Polygon jegyzet, 2001.

Banyár József: Életbiztosítás, Aula, 2003.

Mikosch, Thomas: Non-life Insurance Mathematics, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2006.

#### **TTMME0408**

##### **Idősorok elemzése**

**2+1 óra, 4+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Baran Sándor**

**Előfeltétele: TTMME0402**

Gyengén és erősen stacionárius idősorok, ARMA és ARIMA folyamatok, ezek előrejelzése az időtartományban és frekvencia tartományban. Box-Jenkins-módszer. Kálmán-szűrés. Hosszú memóriájú és frakcionálisan integrált folyamatok.

##### Irodalom:

P. J. Brockwell, R. A. Davis: Time Series: Theory and Methods, 2nd edition. Springer, 2006.

W. W. S. Wei: Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Methods, 2nd edition. Pearson Education, 2006.

R. H. Shumway, D. S. Stoffer: Time Series Analysis and its Applications with R Examples, 3rd edition. Springer, 2011.

W. A. Fuller: Introduction to Statistical Time Series, 2nd edition. John Wiley & Sons Inc, 1996.

#### **TTMME0901**

##### **Pénzügyi alapok**

**2+2 óra, 5+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Gáll József**

**Előfeltétele: nincs**

Pénzpiaci, pénzügyi alapfogalmak, a pénz időértéke, jelenérték-számítási módszerek, egyéb pénzügyi értékelési alapmutatók, pénzügyi és piaci adatokon alapuló pénzügyi mutatócsalások, kötvények és részvények és azok elemi értékelési módszerei, belső megtérülési ráta, elemi befektetési, beruházási kérdések.

Irodalom:

Brealey-Myers: Modern vállalati pénzügyek, Panem, Budapest, 2005.

### **TTMME0902**

#### **Mikroökonómia**

**2+2 óra, 5+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Kapás Judit**

**Előfeltétele: nincs**

Mikroökonómiai alapelvek. A mikroökonómiai elemzés módszertana: modellezés, komparatív statika, optimalizálás, határelemzés. A mikroökonómia fő kérdései. A piac működése: kereslet-kínálati elemzés. A kormányzat piaci beavatkozásai: árszabályozás, adózás. Fogyasztói döntéshozatal modellezése. Preferenciarendezés, hasznosságelmélet, preferenciatípusok. Költségvetési halmaz. Fogyasztói optimalizálás, egyéni kereslet. Keresletelmélet alkalmazásai, rugalmasságok. Termeléselmélet. A mikroökonómia vállalatfelfogása, a vállalat mint döntéshozó. Vállalkozó, tulajdonos, menedzser. Profitmaximalizálás mint fő cél. Időtávok. Termelési függvény rövid és hosszú távon. Tényezőkereslet, határtermék és a hozadékok. Kompetitív iparág: árelfogadó viselkedés rövid és hosszú távon. Társadalom jóléte: fogyasztói és termelői többlet. Monopolista viselkedés: tiszta monopólium profitmaximalizálása, jóléti hatások elemzése.

Irodalom:

Jack Hirschleifer, Amihai Glazer, David Hirschleifer: Mikroökonómia - Árelmélet és alkalmazásai - Döntések, piacok és információk. Osiris Kiadó, 2009

Berde Éva (szerk.): Mikroökonómiai és piacelméleti példatár. TOKK, Budapest, 2009. (e-book formában: <https://bookandwalk.hu/Mikrookonomiai-es-piacelmeleti-feladatgyujtemeny-9915-ebook.aspx>)

Varian, Hal R.: Mikroökonómia középfokon. KJK Kerszöv, Budapest, 2001.

Kopányi, M. (szerk.): Mikroökonómia. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1997.

Mankiw, G. N.: A közgazdaságtan alapjai. Osiris, Budapest, 2011.

Bergstrom, Theodore C., Varian, Hal R.: Mikroökonómiai gyakorlatok. Veszprémi Egyetemi Kiadó, 2002.

### **TTMME0903**

#### **Makroökonómia**

**2+2 óra, 5+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Czeglédi Pál**

**Előfeltétele: TTMME0902**

A makroökonómia kérdései. A makroökonómiai aggregátumok mérésének elvei: a gazdasági körforgás és a GDP, nominális és reál GDP, a GDP felhasználása, a GDP-deflátor és a fogyasztói árindex; a munkanélküliség mérése. A gazdaság hosszú távon: az árupiac és a kölcsönforrások piacának egyensúlya, a tényezőpiaci egyensúly és a jövedelemelosztás; a természetes munkanélküliség elméletei. A pénz jelentősége és az infláció: a pénz funkciói és a pénzkínálat; a pénz mennyiségi elmélete; a pénzkereslet; az infláció társadalmi költségei. A gazdaság rövid távú modelljei: a keynesi kereslet, az IS-LM modell, az aggregált kereslet és az aggregált kínálat modellje. A rövid és a hosszú távú következtetések viszonya: a várakozásokkal kiegészített Phillips-görbe, és a fogyasztási függvény Friedman- és Modigliani-féle elméletei.

Irodalom:

Mankiw, G.: Makroökonómia. Osiris, Budapest, 1999.

Misz József, Palotai Dániel: Makroökonómia feladatgyűjtemény. Panem, Budapest, 2004.

Pete Péter: Bevezetés a monetáris makroökonómiába. Osiris, Budapest, 1996.

Kaufmann, R. T.: Makroökonómiai munkafüzet és feladatgyűjtemény N. Gregory Mankiw Makroökonómia című tankönyvéhez. Osiris, Budapest, 2002.

## **Pénzügyi matematika specializáció választható tárgyak**

**TTMME0208, TTMMG0208**

**Játékelmélet**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Boros Zoltán**

**Előfeltétele: nincs**

Nem-kooperatív játékok normál alakja. A Nash-féle egyensúlyi helyzet fogalma, létezése. A legjobbválasz-leképezés. A játékelméletben alkalmazott fixponttételek. Véges játékok elemzése, szigorúan dominált stratégiák, kétszemélyes véges játékok bimátrix reprezentációja. A játékelméleti megközelítés alkalmazása egyszerűbb piaci modellekre (duo-pólium, oligopólium). Véges játékok kevert bővítése. Kétszemélyes zérőösszegű játékok, mátrix-játékok. Játékok extenzív alakban. Kombinatorikus játékok, kupac-játékok, Grundy-számozás. Kooperatív játékok, a koalíció értéke. A Nash-féle alkumodell.

Irodalom:

J. H. Conway: On Numbers and Games, Academic Press, 1976.

Martin J. Osborne: An Introduction to Game Theory, Oxford University Press, 2003.

Szép J., Forgó F.: Bevezetés a játékelméletbe, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1974.

Szidarovszky F., Molnár S.: Játékelmélet műszaki alkalmazásokkal, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.

**TTMME0904**

**Ökonometria**

**2+1 óra, 4+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Baran Sándor**

**Előfeltétele: TTMME0403**

Az ökonometria tárgyköre, vizsgált területei. Bevezetés az R használatába. Egy- és többváltozós regressziós modellek: az OLS becslés, a modell illeszkedése, mutatószámok, hipotézisvizsgálatok. Az alapmodell feltételeinek feloldása: heteroszkedaszticitás, autokorreláció, multikollinearitás. Dummy és csonkított változók. Szimultán ökonometriai modellek. A változók mérési hibája. Paneladatok elemzése. Idősorelemzési alapfogalmak. Esettanulmányok. A digitális technológiák statisztikai célú felhasználása felhő alapú programcsomagokkal.

Irodalom:

Ramanathan, R.: Bevezetés az ökonometriába alkalmazásokkal. Panem, Budapest, 2003.

Maddala, G. S.: Bevezetés az ökonometriába. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2004.

Hunyadi L., Vita L.: Statisztika közgazdászoknak. KSH, Budapest, 2005.

R-project.org honlapról letölthető segédletek az R programhoz

**TTMME0905**

**Számvitel**

**2+2 óra, 5+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Tóth Kornél**

**Előfeltétele: nincs**

A számvitel fogalma. A számviteli munka szakaszai. Számviteli rendszer, a számviteli törvény. Nemzetközi Pénzügyi Beszámolási Standardok (IFRS-ek). A pénzügyi kimutatások tartalma és prezentálása.

Irodalom:

Kozma András: Vázlatok a számvitel tanulásához 1. kötet, Keletlombard Kft., Debrecen, 2004.

Kozma András: Vázlatok a számvitel tanulásához 2. kötet, Keletlombard Kft., Debrecen, 2001.

Róth, Adorján, Lukács, Veit: Pénzügyi számvitel, Magyar Könyvvizsgálói Kamara Oktatási Központ Kft., Budapest, 2015.

Lakatos László Péter, Kovács Dániel Máté, Madarasiné Szirmai Andrea, Mohl Gergely, Rózsa Ildikó: A Nemzetközi Pénzügyi Beszámolási Standardok elmélete és gyakorlata, Magyar Könyvvizsgálói Kamara Oktatási Központ Kft., Budapest, 2013.

Nemzetközi Számviteli Standardok (International Accounting Standards, IAS-ek), valamint a Nemzetközi Pénzügyi Beszámolási Standardok (International Financial Reporting Standards, IFRS-ek), [www.ifrs.org](http://www.ifrs.org)

A Nemzetközi Pénzügyi Beszámolási Standardok (IFRS-ek) Koncepcionális Keretelvei, [www.ifrs.org](http://www.ifrs.org)

Sztánó Imre: A számvitel alapjai, Perfekt Gazdasági Tanácsadó, Oktató és Kiadó Részvénytársaság, Budapest, 2015.

## **Számítástudomány specializáció kötelező tárgyak**

### **TTMME0410, TTMMG0410**

#### **Adatbányászat**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Baran Sándor**

**Előfeltétele: nincs**

Az adatbányászat fogalma és szerepe. Adatok, attribútumok, mérési skálák, adatok előfeldolgozása. Feltáró adatelemzés. Döntési fák, osztályozó eljárások. Asszociációs elemzés. Klaszterezésen alapuló eljárások. Rendellenességek keresése. Esettanulmányok.

#### **Irodalom:**

Pang-Nin Tan, Michael Steinbach, Vipin Kumar: Adatbányászat. Alapvetés. Panem, 2012.

Jiawei Han, Jian Pei, Micheline Kamber: Data Mining: Concepts and Techniques. Morgan Kaufmann, 2012.

### **TTMME0109**

#### **WWW és hálózatok matematikája**

**2+1 óra, 4+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Tengely Szabolcs**

**Előfeltétele: TTMME0104**

A GPS rendszer működése, lineáris shift regiszterek. Keresőalgoritmusok: PageRank, HITS, SALSA.

#### **Irodalom:**

Rousseau, Christiane, Saint-Aubin, Yvan: Mathematics and Technology, Springer, 2008.

J. Kleinberg.: Authoritative Sources in a Hyperlinked Environment.

### **TTMME0601, TTMMG0601**

#### **Formális nyelvek és automaták**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Pintér Ákos**

**Előfeltétele: nincs**

Turing-gépek, rekurzív és rekurzív felsorolható nyelvek. Rekurzív nyelvek jellemzése. A megállási probléma. RAM-gépek, ezek ekvivalenciája a Turing-gépekkel. Eldönthetetlen problémák, bonyolultságelméleti kitekintés. Chomsky-hierarchia, formális nyelvek, általános számítási modell. Automaták. Nyelv felismerhetősége automatával, reguláris nyelvek. Példák. A Chomsky-osztályok megkülönböztethetősége. Pumpálási lemma. Ekvivalens automaták, redukciós algoritmusok, adott nyelvet felismerő minimális automata. Nemdeterminisztikus automaták. Chomsky- és Greibach-normálforma. Gyakorlati alkalmazások. Univerzális algebrai bevezető. Algebrák, varietások, pszeudovarietások. Kongruenciák, hálók. Szabad algebra, a H, S, P, és  $S_p$  operátorok. Szubdirekt irreducibilis algebrák, jellemzés, példák. Birkhoff varietástétele, annak különböző változatai. Félcsoportok, monoidok, félcsoport- és monoidvarietások. Idempotens elemek, elem hatványai. Szintaktikus monoidok, Shützenberger tétele. Nyelvek varietása, Eilenberg-típusú tételek.

#### **Irodalom:**

P. Linz: An Introduction to Formal Languages and Automata

S. Burris, H. P. Sankappanavar: A Course in Universal Algebra

### **TTMME0602, TTMMG0602**

#### **Algoritmuskészítés**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Tengely Szabolcs**

**Előfeltétele: nincs**

Turing-gépek, rekurzív és rekurzív felsorolható nyelvek. Rekurzív nyelvek jellemzése. Rövid kitekintés más számítási modellek felé. Többszalagos Turing-gépek. Tér és idő. Nemdeterminisztikus Turing-gépek. Polinomiális visszavezetés, NP-teljesség. Cook tétele SAT és 3-SAT NP-teljességéről. Különböző Boole-problémák NP-teljessége. Néhány klasszikus probléma NP-teljessége. Ladner tétele, köztes bonyolultsági osztályok. A gráfizomorfizmus-probléma. Lineáris visszavezethetőség. Mohó algoritmussal megoldható problémák, matroidok. Matroidelmélet. Rangfüggvény, körök. A matroidok jellemzése. Finomított bonyolultság. Polinomidőben megoldható problémák javthatósága. Példák. Karatsuba algoritmus polinomok illetve tizedestört alakban megadott számok szorzására. Mátrixok szorzása, Strassen algoritmus. Az

algoritmus gyorsítása. Elvi alsó korlátok. Sok mátrix szorzata, mátrix hatványozása. Mátrixok különböző felbontásai, ezek alkalmazhatósága a szorzás gyorsabb elvégzésében. Mátrixok sajátértékeinek kiszámítása.

Irodalom:

Lovász László: Algoritmusok bonyolultsága. Typotex, 2014.

Frank András: Matroidelmélet, egyetemi jegyzet, 2008.

**TTMME0603, TTMMG0603**

**Algoritmusok és adatstruktúrák tervezése**

**2+3 óra, 3+3 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Hajdu Lajos**

**Előfeltétele: nincs**

Az algoritmus fogalma, típusai, csoportosításuk. Dinamikus programozás, mohó algoritmus, heurisztikus algoritmusok. Rendezési, keresési algoritmusok. Keresőfák és azok fő típusai, fábejárási algoritmusok. Hash-táblák, Hash-függvények, szövegfeldolgozó algoritmusok. Ismertebb adatstruktúrák létrehozása és alkalmazásai.

Irodalom:

Aszalós László, Herendi Tamás: Algoritmusok

([http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0046\\_algoritmusok/0046\\_algoritmusok.pdf](http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0046_algoritmusok/0046_algoritmusok.pdf))

Ivanyos Gábor, Szabó Réka, Rónyai Lajos: Algoritmusok, Typotex, 1999.

Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein: Új algoritmusok, Scolar Kiadó, Budapest, 2003.

**TTMME0110, TTMMG0110**

**Kriptográfia és adatbiztonság**

**2+3 óra, 3+3 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Tengely Szabolcs**

**Előfeltétele: TTMME0105**

Klasszikus titkosítási rendszerek. Az Enigma. Szimmetrikus rendszerek, nyilvános kulcsú rendszerek. Titokmegosztás módszerei. Pseudovéletlen számok generálása.

Irodalom:

Nigel Smart: Cryptography: An Introduction, 2003.

**TTMME0303, TTMMG0303**

**Véges geometriák és kódelmélet**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Szilasi Zoltán**

**Előfeltétele: nincs**

Véges illeszkedési struktúrák: projektív és affín síkok, Galois-geometriák. Véges projektív síkok kombinatorikai tulajdonságai. Ívek, oválisok. Véges projektív síkok és algebrai struktúrák. Test feletti véges affin és projektív síkok konstrukciója. Példák véges projektív síkokon kombinatorikusan definiált ponthalmazokra. További illeszkedési geometriák konstrukciója: blokkrendszerek, Steiner-rendszerek. Véges geometriákhoz kapcsolódó kódelméleti konstrukciók.

Irodalom:

D. R. Hughes, F. C. Piper: Projective Planes, Springer, 1973.

Kárteszi Ferenc: Bevezetés a véges geometriákba, Akadémiai Kiadó, 1973.

Kiss György, Szőnyi Tamás: Véges geometriák, Polygon, 2001.

S. E. Payne: Topics in Finite Geometry, 2007.

Szilasi Zoltán: Bevezetés a véges geometriába, 2013.

**TTMME0411**

**Információelmélet**

**2+1 óra, 4+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Pintér Ákos**

**Előfeltétele: nincs**

Egyértelműen dekódolható és prefix kódok, entrópia, átlagos kódszóhossz, blokkonkénti kódolás. Optimális kódok, bináris Huffman- és Shannon-Fano-kód, feltételes entrópia. Információforrások és kódolásuk, univerzális forráskódolás, Lempel-Ziv algoritmusok. Forráskódolás előírt hibavalószínűséggel, információstabilis források, jelsebesség, forrásentrópia. Differenciális entrópia és tulajdonságai. Információs

távolság. Kvantálás, optimális kvantáló, egyenletes és nem egyenletes kvantálók, Lloyd-Max algoritmus. Spektrálsűrűség, lineáris szűrés, mintavételezés, transzformációs kódolás, nevezetes transzformációk. Részszávos-, különbségi- és prediktív kódolás. DPCM, Jayant-kvantáló, delta-moduláció, prediktorok. Beszéd-, hang-, kép- és videótömörítés. Kölcsonös információ, betűnkénti hűségkritérium, R-D függvény. Forráskódolási tétel, megfordítása. Hibajavító kódolás alapjai, nevezetes korlátok. Lineáris kódok, generátor- és paritásellenőrző mátrix. Szindrómák. Bináris- és nem bináris Hamming-kód, általános lineáris kódok, ciklikus kódok, generátor- és paritásellenőrző polinomok. Bináris Golay-kód, Reed-Solomon- és Reed-Müller-kód. BCH-kód, kódfűzés, szorzat- és kaszkád kódok.

**Irodalom:**

Györfi László, Györi Sándor, Vajda István: Információ- és kódelmélet. Typotex, 2010.

Csiszár Imre, Fritz József: Információelmélet. Tankönyvkiadó, 1980.

Cover, Thomas M. and Thomas, Joy A.: Elements of Information Theory. Wiley, 2006.

Togneri, Roberto and de Silva, Christopher J. S.: Fundamentals of Information Theory and Coding Design. Chapman & Hall/CRC, 2006.

Ash, Robert B.: Information Theory. Dover Publications, 1990.

## **Számítástudomány specializáció választható tárgyak**

### **TTMME0111, TTMMG0111**

#### **Algebrai kódelmélet**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Pink István**

**Előfeltétele: TTMME0105**

Hibajavító kódolás alapjai, lineáris kódok, blokk kódok, ciklikus kódok, példák: Hamming-kód, Hadamard-kód, Golay-kód, BCH-kód, Reed-Solomon-kód. Kódolás és dekódolás, aszimptotikák. Becslések kód méretére. Entrópia, Shannon-kapacitás. Önduális kód, Reed-Muller-kód, Goppa-kód, tökéletes kódok. Konvolúciós kódok, kvadratikus maradék kódok. Gyakorlati alkalmazások, a CD kódolása és dekódolása.

**Irodalom:**

Györfi L., Györi S., Vajda I.: Információ- és kódelmélet, Typotex, 2010.

G. Birkhoff, T. C. Bartee: Modern algebra a számítógéptudományban, Műszaki, 1974.

J. H. van Lindt: Introduction to Coding Theory, Springer, GTM, 1982.

E. R. Berlekamp: Algebraic Coding Theory, Aegean Park Press, 1984.

### **TTMME0112**

#### **Diszkrét matematikai módszerek a képfeldolgozásban**

**2+1 óra, 4+0 kredit, K**

**Tárgyfelelős: Dr. Hajdu Lajos**

**Előfeltétele: nincs**

A digitális topológia és a digitális geometria alapjai. Digitális egyenesek, digitális görbék. Digitális metrikák, távolságtranszformációk. A matematikai morfológia alapjai. Képtranzformációk. A statisztikus alakfelismerés alapjai. Képfeldolgozó programcsomagok.

**Irodalom:**

R.C.Gonzalez, R.E Woods: Digital Image Processing, 3rd Edition, Prentice Hall, 2008.

R.C.Gonzalez, R.E Woods: Digital Image Processing using MATLAB, Prentice Hall, 2004.

Reinhard Klette, Azriel Rosenfeld: Digital Geometry: Geometric Methods for Digital Picture Analysis, Morgan Kaufmann, 2004.

### **TTMME0604, TTMMG0604**

#### **Mesterséges intelligencia**

**2+2 óra, 3+2 kredit, K+Gy**

**Tárgyfelelős: Dr. Hajdu Lajos**

**Előfeltétele: nincs**

A matematikai logika alapjai. A mesterséges intelligencia kutatási területei, módszerei. Problémák reprezentálása állapottéren, példák állapottér-reprezentációkra. Gráfrepresentáció. A megoldást kereső rendszerek felépítése, csoportosítása. Nem módosítható stratégiák. Backtrack algoritmus. Gráfkereső eljárások: szélességi, mélységi, optimális keresések. Heurisztikus gráfkeresők: a best-first és az A algoritmusok. Kétszemélyes játékok, ábrázolásuk játékfával. A nyerő stratégia létezése. A minimax eljárás, az alfa-béta

vágás. Problémaredukciós feladatmegoldás, reprezentálása ÉS/VAGY gráffal. A megoldás keresése ÉS/VAGY gráfokban. Keresési stratégiák ÉS/VAGY gráfban: szélességi, mélységi, AO algoritmus.

Irodalom:

Futó Iván (szerk.): Mesterséges intelligencia, Aula Kiadó, 1999.

S. J. Russell, P. Norvig: Mesterséges intelligencia modern megközelítésben, Panem-Prentice Hall, 2000.

Kósa Márk, Várterész Magda: A mesterséges intelligencia alapjai, Debreceni Egyetem, 2003.

## Alkalmazott matematikus mesterképzési szak

<b>Képzési terület:</b>	természettudomány
<b>Képzési ciklus:</b>	mesterképzés
<b>Szakért felelős kar:</b>	Természettudományi és Technológiai Kar
<b>Szakfelelős neve:</b>	Dr. Pintér Ákos, egyetemi tanár
<b>Képzési helyek munkarenddel:</b>	Debrecen – nappali
<b>Képzési idő:</b>	4 félév
<b>Az oklevélhez szükséges kreditek száma:</b>	120 kredit
<b>Indítható specializáció(k):</b>	
<b>1. specializáció:</b>	<b>Pénzügy-matematika specializáció</b>
<b>Összes kontaktóra száma</b>	
<b>nappali tagozaton:</b>	1300
<b>levelező tagozaton:</b>	-
<b>Szakmai gyakorlat ideje, kreditje, jellege</b>	
<b>nappali tagozaton:</b>	-
<b>levelező tagozaton:</b>	-
<b>2. specializáció:</b>	<b>Számítástudomány specializáció</b>
<b>Összes kontaktóra száma</b>	
<b>nappali tagozaton:</b>	1313
<b>levelező tagozaton:</b>	-
<b>Szakmai gyakorlat ideje, kreditje, jellege</b>	
<b>nappali tagozaton:</b>	-
<b>levelező tagozaton:</b>	-

### Specializációfelelősök:

Pénzügy-matematika (Financial Mathematics): Dr. Pintér Ákos egyetemi tanár  
Számítástudomány (Computer Science): Dr. Bérczes Attila egyetemi docens

### Képzési és kimeneti követelmények

<b>1. A mesterképzési szak megnevezése:</b>	alkalmazott matematikus (Applied Mathematics)
<b>Szakért felelős kar:</b>	Természettudományi és Technológiai Kar
<b>Szakfelelős:</b>	Dr. Pintér Ákos egyetemi tanár

## 2. A mesterképzési szakon szerezhető végzettségi szint és a szakképzettség oklevélben szereplő megjelölése:

végzettségi szint: mester- (magister, master; rövidítve: MSc-) fokozat  
szakképzettség: okleveles alkalmazott matematikus  
a szakképzettség angol nyelvű megjelölése: Applied Mathematician  
választható specializációk: pénzügy matematika, számítástudomány

### Specializációfelelősök:

Pénzügy-matematika (Financial Mathematics): *Dr. Pintér Ákos egyetemi tanár*  
Számítástudomány (Computer Science): *Dr. Bérczes Attila egyetemi docens*

### 3. Képzési terület: természettudomány

### 4. A mesterképzésbe történő belépésnél előzményként elfogadott szakok:

4.1. **Teljes kreditérték beszámításával vehető figyelembe:** a matematika alapképzési szak.

4.2. **A 9.2. pontban meghatározott kreditek teljesítésével elsősorban számításba vehető:** a természettudomány, a műszaki, az informatika képzési területek alapképzési szakjai, a gazdaságtudományok képzési terület gazdaság- és pénzügy-matematikai elemzés alapképzési szakja.

4.3. **A 9.2. pontban meghatározott kreditek teljesítésével vehetők figyelembe továbbá** azok az alapképzési, mesterképzési szakok, illetve a felsőoktatásról szóló 1993. évi LXXX. törvény szerinti szakok, amelyeket a kredit megállapításának alapjául szolgáló ismeretek összevetése alapján a felsőoktatási intézmény kreditátviteli bizottsága elfogad.

### 5. A képzési idő félévekben: 4 félév

### 6. A mesterfokozat megszerzéséhez összegyűjtendő kreditek száma: 120 kredit

A szak orientációja: elméletorientált (60-70 százalék)	
Alapozó ismeretek/Egyéb szakmai választható tárgyak*	20 kredit
Szakmai törzsanyag	25 kredit
Specializáció kötelező tárgyak	40 kredit
Specializáció választható tárgyak	9 kredit
A diplomamunka elkészítéséhez rendelt kreditérték	20 kredit
A szabadon választható tárgyakhoz rendelhető minimális kreditérték	6 kredit

### 7. A szakképzettség képzési területek egységes osztályozási rendszere szerinti tanulmányi területi besorolása: 461/0540

### 8. A mesterképzési szak képzési célja és a szakmai kompetenciák:

A képzés célja alkalmazott matematikusok képzése, akik tudományos kutatási szintet elérő szakmai felkészültségükkel magas szintű matematikai ismereteik és modellezési tapasztalataik birtokában képesek alkotó módon a gyakorlatban felmerülő matematikai problémák megoldására. Nyitottak szakterületük és a rokon területek új tudományos eredményeinek kritikus befogadására. Felkészültségük alapján képesek a gyakorlati problémák modellezésére, megoldására és a megoldások gyakorlati kivitelezésének irányítására. Felkészültek tanulmányaik doktori képzésben történő folytatására.

#### 8.1. Az elsajátítandó szakmai kompetenciák

##### 8.1.1. Az alkalmazott matematikus

##### a) tudása

Rendszerszinten és összefüggéseiben ismeri a matematika tudományának módszereit az algoritmuselmélet, az alkalmazott analízis, a diszkrét matematika, az operációkutatás, a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika területén.

Összefüggéseiben ismeri az alkalmazott matematika eredményeit az algoritmuselmélet, az alkalmazott analízis, a diszkrét matematika, az operációkutatás, a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika területén.

Ismeri az alkalmazott matematika különböző részdiszciplínái közötti mélyebb, átfogóbb kapcsolatokat, egymásra épülésüket.

Ismeri az absztrakt matematikai gondolkodást, az absztrakt matematikai fogalmakat.

Ismeri az alkalmazott matematikai modellek megalkotásához és szimulálásához szükséges informatikai, számítástechnikai ismeretanyagot.

#### **Számítástudomány specializáción továbbá**

Ismeri az algoritmuselmélet, bonyolultságelmélet szakterületét.

Rendelkezik a számítógépes problémák modellezéséhez, innovatív megoldásaihoz szükséges tudással.

#### **Pénzügy-matematika specializáción továbbá**

Mikro- és makroökonómiai, valamint pénzügyi alapismeretekkel rendelkezik.

Ismeri a valószínűségelmélet és a matematikai statisztika modern elméletének alapjait. Ismeri a sztochasztikus jelenségek, folyamatok modellezésének eljárásait.

Tisztában van a sztochasztikus és pénzügyi folyamatok, idősorok, a kockázati folyamatok, az életbiztosítás és a nem-életbiztosítás matematikai elméletével.

Ismeri a pénzügyi folyamatok, biztosítási kérdések matematikai elemzéseit, modelljeit.

#### **b) képességei**

Képes a matematika tudományának módszereit alkalmazni az algoritmuselmélet, az alkalmazott analízis, a diszkrét matematika, az operációkutatás, a valószínűségszámítás és a matematikai statisztika területén.

Képes a környező világban adódó jelenségek matematikai modelljeinek megalkotására, a modern matematika eredményeinek felhasználására a jelenségek megmagyarázása, leírása érdekében.

Képes a gyakorlati életben megfigyelhető összefüggések absztrakt szinten történő megragadására.

Képes a matematika alkalmazási területein megszerzett ismereteit alkotó módon kombinálni és felhasználni az élő és élettelen természetben, a műszaki és informatikai világban, a gazdasági és pénzügyi életben felmerülő problémák megoldásában.

Képes a természetben, a műszaki és gazdasági életben felmerülő bonyolult rendszerek áttekintésére, matematikai elemzésére és modellezésére, döntési folyamatok előkészítésére.

Képes a problémák belső törvényszerűségeinek megértésére, feladatok megtervezésére és magas szintű végrehajtására.

Képes a gyakorlati életben adódó döntéshelyzetek mögött esetlegesen rejlő optimalizációs problémák megfogalmazására, az azokból levonható következtetések nem-szakemberek számára való kommunikációjára.

Képes a számítástechnika eszközeinek felhasználásával a természetben, a műszaki és gazdasági életben felmerülő számítási feladatok elvégzésére.

Képes a nagy számításigényű, illetve nagy tárkapacitású feladatok felismerésére, alternatív megközelítések elemzésére.

Képes a matematikai eredmények, érvelések és az azokból származó következtetések világos bemutatására, a magyar és idegen nyelvű (angol) szakmai kommunikációra.

Képes a matematikai szakterület problémáit szakemberek és laikusok számára egyaránt szakszerűen megfogalmazni.

### **c) attitűdje**

Törekszik az alkalmazott matematika új eredményeinek megismerésére.

Törekszik az alkalmazott matematika eredményeinek minél szélesebb körű alkalmazására.

Törekszik arra, hogy megszerzett alkalmazott matematikai ismeretei segítségével megkülönböztesse a szakterületén a tudományosan megalapozott és a kellően alá nem támasztott állításokat.

Törekszik az alkalmazott matematika modern alkalmazási lehetőségei közötti további összefüggések meglátására, a felismert összefüggéseinek szintézisére és azok magas szintű, a tudománya eszközeivel megalapozott értékelésére.

Nyitott és fogékony az alkalmazott matematika területén elsajátított gondolatmenetek, módszerek, fogalmak új alkalmazási területeken való felhasználására, új eredmények elérésére.

Folyamatosan törekszik ismeretei bővítésére, új matematikai kompetenciák megszerzésére.

### **d) autonómiája és felelőssége**

Felelősen, önkritikusan és reálisan ítéli meg az alkalmazott matematikai területén megszerzett tudásának mértékét.

Megszerzett kritikai gondolkodásmódja és rendszerszerű gondolkodása révén felelősen vesz részt csoportmunkában, működik együtt akár más szakterületek képviselőivel.

Magas szintű alkalmazott matematikai ismeretei birtokában önállóan választja meg az egyes alkalmazási problémák megoldása során használható módszereket, eljárásokat.

Tudományos kutatásai, illetve a matematika alkalmazásai során fontosnak tartja, hogy azokat a legmagasabb etikai normák figyelembe vételével végezze.

Tisztában van egyfelől a matematikai gondolkodás, a precíz fogalomalkotás fontosságával, másfelől a matematika alkalmazása során adódó modellek korlátaival, így véleményét ezek figyelembe vételével alakítja ki.

A matematika alkalmazása során a megszerzett ismeretei alapján kialakított véleményét felelősen képviseli.

## **9. A mesterképzés jellemzői**

### **9.1. Szakmai jellemzők:**

9.1.1. A szakképzettséghez vezető tudományágak, szakterületek, amelyekből a szak felépül: az alkalmazott matematikus képzést alapozó ismeretek (algebra és számelmélet alapjai, analízis alapjai, geometria alapjai, valószínűségszámítás és matematikai statisztika alapjai, informatika és operációkutatás alapjai) 15-25 kredit;

alkalmazott matematikusi szakmai ismeretek 20-30 kredit

(az alábbi, a képzés tantervében meghatározott legalább három ismeretkörből

legalább három témakör ismeretanyaga választandó):

a) diszkrét matematika és algoritmuselmélet (Testbővítések elmélete és alkalmazásai. A véges testek elmélete és alkalmazásai. Kriptográfiai alapfogalmak. Gráfok magasabb összefüggősége, diszjunkt fák és fenyők, az összefüggőség növelése. Gráfok és hipergráfok színezései, perfektn gráfok. Párosítás-elmélet. Gráfok beágyazásai. Erősen reguláris gráfok. Az egészségi feltétel és alkalmazásai. Véletlen módszerek: várható érték és második momentum módszer, véletlen gráfok, küszöbfüggvény. Extremális kombinatorika: extremális halmazrendszerekről és gráfokról szóló klasszikus tételek. Az algoritmuselmélet alapfogalmai és alkalmazásai. Gráfalgoritmusok: szélességi és mélységi keresés, feszítőfák, legrövidebb utak, folyamok. Kereső-fák, amortizációs idő, Fibonacci-kupac.) 5-15 kredit;

b) operációkutatás (Folytonos és sztochasztikus optimalizálás, Alternatíva tételek, Minkowski-Weyl-tétel, pivot és belsőpontos algoritmusok, elipszoid módszer; konvex optimalizálás: szeparációs tételek, konvex Farkas-tétel, Karush-Kuhn-Tucker-tétel, Lagrange-függvény és nyeregpont-tétel, Newton-módszer, belső pontos algoritmus; a sztochasztikus

programozás alapmodelljei és megoldó módszerei; gyakorlati problémák. Diszkrét optimalizálás. Max folyam min vágás, Egerváry- dualitás, poliédes kombinatorika, teljesen duális egészértékűség, párosítás-poliéder; gráfalgoritmusok, Magyar-módszer, Edmonds-Karp-algoritmus; NP-teljes problémák algoritmikus megközelítései: dinamikus programozás, Lagrange-relaxáció, korlátozás és szétválasztás, mohó algoritmusok; gyakorlati problémák.) 5-15 kredit;

c) alkalmazott analízis (Ortogonalis polinomok. Trigonometrikus- és ortogonalis polinomsorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Fourier-transzformáció. Az approximációelmélet elemei. Stone-tétel, Bohmann-Korovkin-tétel. Legjobb approximáció polinomokkal. Jackson tételei. Interpoláció. Spline-függvények. Approximáció racionális függvényekkel. Lagrange-interpoláció Lebesgue-függvénye. Erdős-Bernstein-sejtés az optimális alappontokról. Grünwald-Marzinkiewicz-tétel. Stabilitáselmélet. Periódikus megoldások. Peremértékfeladatok lineáris differenciálegyenletekre. A variációs számítás alapfeladata. Euler-Lagrange- differenciálegyenletek. Geometriai módszerek a mechanikában. Lagrange- és Hamilton- rendszerek. Legendre-transzformáció. Euler- Lagrange-egyenletek, Hamilton- egyenletek. Szimmetriák és megmaradási tételek. Alapfogalmak a parciális differenciálegyenletek elméletében. Karakterisztikus függvény, első integrálok. Elsőrendű lineáris és kvázilineáris egyenletek. Elsőrendű egyenletek karakterisztika elmélete, Cauchy-feladat. Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek osztályozása és kanonikus alakra hozása. Goursat- és Cauchy-feladat hiperbolikus egyenletekre. Vegyes feladat hullámegyenletre. Fourier-módszer. Vegyes feladat hőegyenletre, maximum-tétel. Cauchy-feladat hőegyenletre, Duhamel-elv, Peremérték- feladatok potenciálegyenletre. Fixponttételek és alkalmazásaik.) 5-15 kredit;

d) sztochasztikus folyamatok (Négyzetesen integrálható folyamatok. Gyengén stacionárius folyamatok, lineáris szűrők. Az idősorok analízisének elemei. Erősen stacionárius folyamatok, ergodikus tételek. Diszkrét és folytonos idejű Markov-láncok és alkalmazásaik. Az Ito-féle sztochasztikus integrál, sztochasztikus differenciálegyenletek, diffúziós folyamatok.) 5-15 kredit;

9.1.2. A képzés követelményei specializációs modul felvételével teljesíthetőek. A specializáció kreditértéke a képzés egészén belül 49 kredit.

a specializációk ismeretkörei:

a) pénzügy-matematika specializáció:

statisztika (a matematikai statisztika fogalmai és módszerei, statisztikai programcsomagok) 5-10 kredit,

sztochasztikus rendszerek (sztochasztikus folyamatok, idősorok elemzése, biztosításmatematika) 15-25 kredit,

gazdaságtudományok (mikroökonómia, makroökonómia, pénzügyi alapismeretek) 15-25 kredit,

alkalmazott matematika legalább 6 kredit;

b) számítástudomány specializáció:

adatbányászat 3-6 kredit,

WWW és hálózatok matematikája 3-6 kredit,

bonyolultságelmélet (algoritmusok és alsó becslések az erőforrás-használatra, véges automaták, bonyolultságosztályok) 6-9 kredit,

algoritmusok és adatstruktúrák tervezése, elemzése és implementálása (max-vissza sorrend és alkalmazásai, minimális súlyú fenyők, keresőfák) 6-9 kredit,

kriptográfia és adatbiztonság (szimmetrikus kulcsú rendszerek, nyilvános kulcsú titkosítás, hazai és nemzetközi szabványok) 6-9 kredit,

információelmélet, kódok és szimmetrikus struktúrák 4-6 kredit,

alkalmazott matematika területéről legalább 10 kredit.

**9.2. A 4.2. és 4.3. pontban megadott oklevéllel rendelkezők esetén a mesterképzési képzési ciklusba való belépés minimális feltételei:**

A mesterképzésbe való belépéshez szükséges minimális kreditek száma 65 kredit a korábbi tanulmányokból az algebra, analízis, geometria, halmazelmélet, kombinatorika, matematikai logika, operációkutatás, számelmélet, valószínűségszámítás, statisztika területeiről. Ezen belül legfeljebb 10 kredit tartalommal beszámíthatók kiterjedt matematikai apparátusra épülő más tárgyak ismeretei is.

A mesterképzésbe való felvétel feltétele, hogy a hallgató a korábbi tanulmányai alapján legalább 50 kredittel rendelkezzen. A hiányzó krediteket a felsőoktatási intézmény tanulmányi és vizsgaszabályzatában meghatározottak szerint meg kell szerezni.